

統計學

第十四章 時間數列分析

- 14-1 時間數列分析概述
- 14-2 長期趨勢
- 14-3 季節變動
- 14-4 循環變動
- 14-5 不規則變動



書號：512282

編著 江建良



普林斯頓國際有限公司

14-1 時間數列分析概述

● 時間數列的意義及其分析之重要性：

係指將統計資料依其發生時間之先後排列成一串數列，稱之，又稱為**歷史數列**。

而**時間數列分析**，即是要解析已發生之歷史資料，由其中發現現象的規律性及趨向，以作為對未來類似現象進行預測，甚至加以控制。

因此，就經濟變化及商情的預測而言，甚為重要。



14-1 時間數列分析概述

● 時間數列的構成因素：

- ✚ 長期趨勢 (T)
- ✚ 季節變動 (S)
- ✚ 循環變動 (C)
- ✚ 不規則變動 (I)



14-1 時間數列分析概述

● 時間數列的結合模式：

✚ 相加模式 (additive model)：

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{年別資料：} Y = T + C + I \\ \text{月別資料：} Y = T + S + C + I \end{array} \right.$$

✚ 相乘模式 (multiplicative model)：

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{年別資料：} Y = T \times C \times I \\ \text{月別資料：} Y = T \times S \times C \times I \end{array} \right.$$



例題 14-1

統一公司本年度之營業額 120 億元，該公司欲估計明年八月份之營業額。設部分資料如下：

- (a) 長期趨勢指出，每年營業額成長率為 5%。
- (b) 預估明年可能發生經濟衰退，實際的營業額只達趨勢值的 90%。
- (c) 設每月營業額大致一致，但每逢八月份，通常會高於平均值，其季節指數為 1.2。
- (d) 預估明年不會有戰爭或罷工等情事發生。

試預估明年八月份之營業額。



解：由資料得知

$$T = [120 \text{ 億} \times (1.05)] \div 12(\text{月}) = 10.5 \text{ 億} (\text{平均每月})$$

$$C = 90\%$$

$$S = 1.2 = 120\%$$

$$I = 100\% (\text{表示沒有變化})$$

$$Y = T \times S \times C \times I (\text{月別資料})$$

$$= 10.5 \text{ 億} \times (90\%)(120\%)(100\%) = 11.34 \text{ 億}$$



14-2 長期趨勢

- 測定長期趨勢的方法，主要有四：
 - ✚ 隨手畫法 (Free Hand Method)
 - ✚ 半平均法 (Semi-average Method)
 - ✚ 移動平均法 (Moving Average Method)
 - ✚ 最小平方法 (Least Squares Method)



14-2 長期趨勢

● 隨手畫法：

首先將資料繪成**歷史線圖** (詳見第二章)，然後利用手眼合作，依照歷史線圖的升降趨勢，另繪一**直線**或**平滑的曲線**，此一直線或曲線，即為該**時間數列的長期趨勢線**。

● 半平均法：

係指將原時間數列所包含之時期分為兩部分，然後將此兩部分的量或值，分別求得一**平均數**，用以代替該兩段時期的量或值，連結此兩點成一**直線**，此直線即為**趨勢線**。



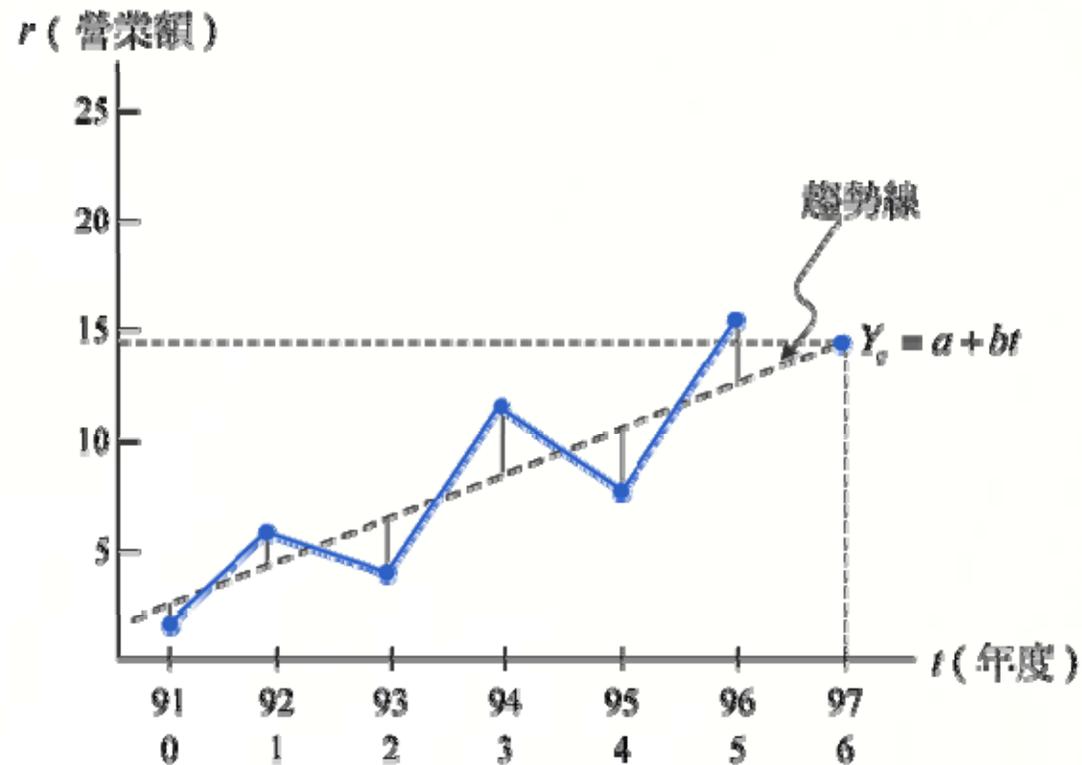
例題 14-2

味全公司銷售甲產品，下表為幾年來的資料，試以隨手畫法繪其趨勢線，並預測 97 年之營業額？

年 度	營業額 (百萬元)
91	1
92	6
93	4
94	11
95	7
96	16



解：(a) 趨勢線：



上圖，我們可根據歷史資料繪出趨勢線 Y 。趨勢線上的面積與趨勢線下的面積相等。



(b) 設 $Y_e = a + bt$ ，今假設上圖趨勢線通過 91 年之趨勢值為 2.5，96 年為 14 (自行依資料假設延伸值)，91 年至 96 年以 0 至 5 代號替代，則 91 年與 96 年兩點座標為 $(0, 2.5)$ ， $(5, 14)$ ，代替趨勢線 $Y_e = a + bt$ ，則

$$2.5 = a + 0b$$

$$14 = a + 5b$$

解 a 、 b ，得 $a = 2.5$ ， $b = 2.3$ ，趨勢線為

$$Y_e = 2.5 + 2.3t$$

原點：91 年

時間間隔 t ：一年

97 年營業額預估為 $Y_e = 2.5 + 2(2.3)(6) = 16.3$ (百萬元)



例題 14-3

長榮運輸公司歷年來運輸值如下表所示：

年 度	運輸值 (百萬元)
85	4
86	3
87	3
88	4
89	6
90	5
91	6
92	6
93	8
94	10

試以半平均法求算各年之趨勢值並繪製趨勢線。



解： (a) ① 85~89 年（前 5 年）為前半部，其平均數為：

$$Y_1 = \frac{4+3+3+4+6}{5} = 4, \text{ 設此為 87 年趨勢值}$$

② 90~94 年（後 5 年）為後半部，其平均數為：

$$Y_2 = \frac{5+6+6+8+10}{5} = 7, \text{ 設此為 92 年趨勢值}$$

③ 設趨勢線 $Y_c = a + bt$ ，85~94 年之時間代號為 0~9，則 87 年之坐標為 (2, 4)，92 年之坐標為 (7, 7)，連結此兩點為一直線，即所求之趨勢線。

$$\begin{cases} 4 = a + 2b \\ 7 = a + 7b \end{cases}$$

解 a 、 b ，得 $a = 2.8$ ， $b = 0.6$ ，趨勢線為：

$$Y_c = 2.8 + 0.6t$$

原點：85 年

時間間隔 t ：· 年



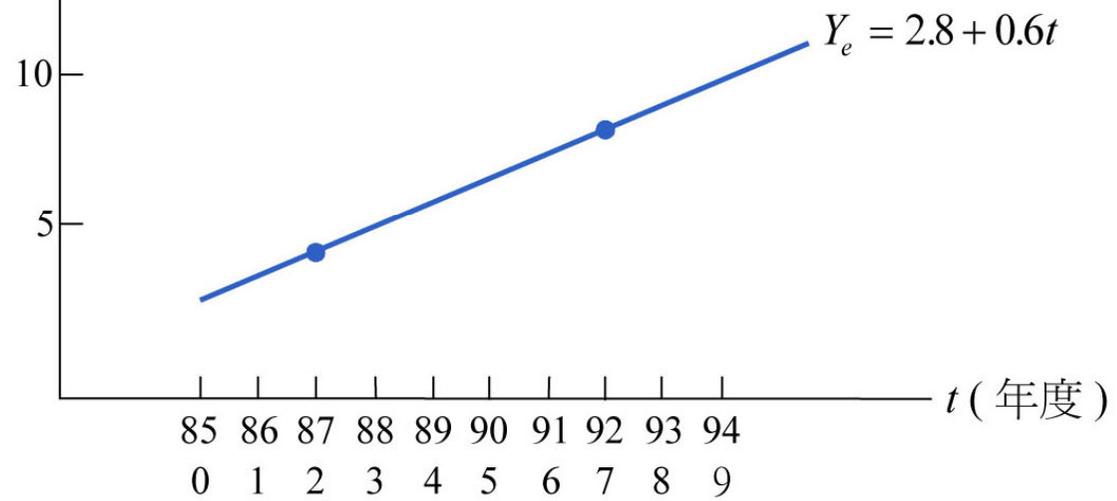
④ 趨勢值如下表所示：

年度	t	運輸值 (百萬元)	趨勢值 (百萬元) (Y_e)
85	0	4	2.8
86	1	3	3.4
87	2	3	4
88	3	4	4.6
89	4	6	5.2
90	5	5	5.8
91	6	6	6.4
92	7	6	7
93	8	8	7.6
94	9	10	8.2



(b)

Y (運輸値)



例題 14-4

中和公司歷年的出口值，如下表所示（單位：百萬元）

年 度	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
出口值	5	4	8	6	7	10	12	8	10	12	18

試以半平均法求算各年趨勢值。



解： (a) 先將數列中間項（即 90 年 = 10 百萬元）去除。

(b) ① 85~89 年為前半部，其平均數為：

$$Y_1 = \frac{5+4+8+6+7}{5} = 6, \text{ 設此為 87 年趨勢值}$$

② 91~95 年為後半部，其平均數為：

$$Y_2 = \frac{12+8+10+12+18}{5} = 12, \text{ 設此為 93 年趨勢值}$$

③ 設趨勢線 $Y_e = a + bt$ ，85~95 年之時間代號為 1~11 [註]，則 87 年之坐標為 (3, 6)，93 年之坐標為 (9, 12)，連結此兩點為一直線，即所求之趨勢線。

$$\begin{cases} 6 = a + 3b \\ 12 = a + 9b \end{cases}$$

解 a 、 b ，得 $a = 3, b = 1$ ，趨勢線為：

$$Y_e = 3 + t$$

原點：85 年

時間間隔 t ：一年



(c) 趨勢值

年度	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
出口值	5	4	8	6	7	10	12	8	10	12	18
趨勢值	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

註：若時間代號為 0~10，其趨勢值的答案亦同，讀者可自行計算。 ❖



14-2 長期趨勢

● 移動平均法：

乃在全部時間數列內，依次求連續若干期的**算術平均數**，作為其中間一期的**趨勢值**。

● 最小平方法：

最小平方法又稱為**最小二乘法**，係指讓所求的各期趨勢值 (Y_e) 與原時間數列中之各對應值 (Y) 之平方和為最小。
茲設趨勢線為 $Y_e = a + bt$ ，則必須滿足下列兩條件：

$$(1) \sum (Y - Y_e) = 0$$

$$(2) \sum (Y - Y_e)^2 \text{ 為最小值}$$



例題 14-5

下表為士林公司甲產品之營業額，試用下列方法求算趨勢值
(單位：百萬元)

年 度	87	88	89	90	91	92	93	94
營業額	52	56	48	37	41	33	31	23

- (a) 三年移動平均法。
- (b) 四年移動平均法。
- (c) 五年移動平均法。



解：(a) 三年移動平均法：

年 別	營業額	三年移動總和	三年移動平均
87	52	-	-
88	56	156	52
89	48	141	47
90	37	126	42
91	41	111	37
92	33	105	35
93	31	87	29
94	23	-	-

由上表可知 88 年之長期趨勢值為： $\frac{52 + 56 + 48}{3} = 52$

89 年之長期趨勢值為： $\frac{56 + 48 + 37}{3} = 47$



(b) 四年移動平均法：

年 別	營業額	四年移動總和	四年移動平均	四年移平動均後 之二年移動平均
87	52	-	-	-
88	56	193	48.25	-
89	48	182	45.5	46.88
90	37	159	39.75	42.63
91	41	142	35.5	37.63
92	33	128	32	33.75
93	31	-	-	-
94	23	-	-	-



① 先求四年移動平均：

$$\frac{52 + 56 + 48 + 37}{4} = 48.25 \cdots \cdots 88 \text{ 年底或 } 89 \text{ 年初}$$

$$\frac{56 + 48 + 37 + 41}{4} = 45.5 \cdots \cdots 89 \text{ 年底或 } 90 \text{ 年初}$$

其餘類推。

② 再求兩年之移動平均：

$$\frac{48.25 + 45.5}{2} = 46.88 \cdots \cdots 89 \text{ 年趨勢值}$$

$$\frac{45.5 + 39.75}{2} = 42.63 \cdots \cdots 90 \text{ 年趨勢值}$$

其餘類推。



(c) 五年移動平均法：

年 別	營業額	五年移動總和	五年移動平均
87	52	-	-
88	56	-	-
89	48	234	46.8
90	37	215	43
91	41	190	38
92	33	165	33
93	31	-	-
94	23	-	-

由上表可知 89 年之長期趨勢值為：

$$\frac{52 + 56 + 48 + 37 + 41}{5} = 46.8$$

90 年之長期趨勢值為：

$$\frac{56 + 48 + 37 + 41 + 33}{5} = 43$$

其餘類推。 ❖



14-2 長期趨勢

- 最小平方法：

- ✦ 直線方程式：

$$Y_e = a + bt$$

解聯立方程式可得：

$$b = \frac{n\sum tY - \sum t \sum Y}{n\sum t^2 - (\sum t)^2}, \quad n \text{ 為時間數}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{t}$$



例題 14-6

下表為愛之味公司近五年甲產品之銷售額（單位：百萬元），試求趨勢線並預測 97 年之趨勢值。

年 度	92	93	94	95	96
銷售額	5	7	12	14	20



解：(a) ① 計算：

年 度	92	93	94	95	96
t	0	1	2	3	4
銷售額	5	7	12	14	20

$$\Sigma t = 10, \Sigma Y = 58, \Sigma tY = 153, \Sigma t^2 = 30$$

$$\bar{Y} = \frac{58}{5} = 11.6, \bar{t} = \frac{10}{5} = 2, n = 5$$

$$\begin{cases} b = \frac{n\Sigma tY - \Sigma t\Sigma Y}{n\Sigma t^2 - (\Sigma t)^2} = \frac{5(153) - (10)(58)}{5(30) - (10)^2} = 3.7 \\ a = \bar{Y} - b\bar{t} = 11.6 - (3.7)(2) = 4.2 \end{cases}$$

$$\text{趨勢線 } Y_e = a + bt = 4.2 + 3.7t$$

原點：92 年

時間間隔 t ：一年

② $t = 5$ ，97 年的銷售額預測為 $Y_e = 4.2 + (3.7)(5) = 22.7$ （百萬元）。



(b) 簡捷法：

利用簡捷法計算長期趨勢時，取時間數列起訖年份的中點為原點，
令 $\Sigma t = 0$ ，則公式可簡化為：

$$na = \Sigma Y$$

$$b\Sigma t^2 = \Sigma tY$$

$$\text{則} \begin{cases} a = \frac{\Sigma Y}{n} = \bar{Y} \\ b = \frac{\Sigma tY}{\Sigma t^2} \end{cases}$$



使用簡捷法計算直線長期趨勢方程式時，因年數有奇數和偶數之不同：

① 時間數列為奇數年時（見例題 14-7）

以中間的一點為原點，使 $\Sigma t = 0$ ，較原點早的各年依次為 $-1, -2, -3, \dots$ ，較原點為晚的各年依次為 $1, 2, 3, \dots$ 。

② 時間數列為偶數年時（見例題 14-8）

以中間兩年的中點為原點，使 $\Sigma t = 0$ ，每半年為一單位，一年為兩單位，則各年份的 t 值為 $\dots, -9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, \dots$ 。

③ 換言之， t 值必須呈等差數列型態。



例題 14-7

試利用簡捷法求算上題，並比較之。

解：(a) 計算：

年 度	92	93	94	95	96
t	-2	-1	0	1	2
銷售額	5	7	12	14	20

$$\Sigma t = 0, \Sigma Y = 58, \Sigma tY = 37, \Sigma t^2 = 10, n = 5$$

$$\bar{Y} = 11.6, \bar{t} = 0$$

$$\begin{cases} b = \frac{\Sigma tY}{\Sigma t^2} = \frac{37}{10} = 3.7 \\ a = \bar{Y} = 11.6 \end{cases}$$

$$\text{趨勢線爲 } Y_e = a + bt = 11.6 + 3.7t$$



(b) 趨勢值：

年 度	普通法	簡捷法
92	$4.2 + 3.7(0) = 4.2$	$11.6 + (3.7)(-2) = 4.2$
93	$4.2 + 3.7(1) = 7.9$	$11.6 + (3.7)(-1) = 7.9$
94	$4.2 + 3.7(2) = 11.6$	$11.6 + (3.7)(0) = 11.6$
95	$4.2 + 3.7(3) = 15.3$	$11.6 + (3.7)(1) = 15.3$
96	$4.2 + 3.7(4) = 19$	$11.6 + (3.7)(2) = 19$

由本表可知，兩者趨勢值相同。



例題 14-8

試以最小平方法求下列資料之直線趨勢方程式及各年的趨勢值（單位：百萬元）。

年 別	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
銷售額	3	6	4	5	8	10	9	11	10	14

解：(a)

年 別	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
t	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9
銷售額 (Y)	3	6	4	5	8	10	9	11	10	14
趨勢值 (Y_e)	3.23	4.29	5.35	6.41	7.47	8.53	9.59	10.65	11.71	12.77



$$n = 10, \Sigma Y = 80, \Sigma t = 0, \Sigma tY = 176, \Sigma t^2 = 330$$

$$\bar{Y} = \frac{80}{10} = 8$$

$$\begin{cases} b = \frac{\Sigma tY}{\Sigma t^2} = \frac{176}{330} = 0.53 \\ a = \bar{Y} = 8 \end{cases}$$

$$\text{趨勢線} \begin{cases} Y_e = 8 + 0.53t \\ \text{原點：在 90 年與 91 年之間} \\ \text{時間間隔 } t : \text{半年} \end{cases}$$

(b) 86 年之趨勢值： $Y_e = 8 + (0.53)(-9) = 3.23$

87 年之趨勢值： $Y_e = 8 + (0.53)(-7) = 4.29$

其餘類推。



14-3 季節變動

● 季節變動的意義及測定目的：

係指以一年為週期起伏的變動。

若有一時間數列具有下列特徵，則此時間數列通常含有季節變動的成份：

1. 有規律的變動。
2. 每年會重複出現的變動。
3. 每年變動的幅度大致相同。



14-3 季節變動

● 季節變動的測定方法：



例題 14-9

高雄港近年來裝貨量如下表所示，試以簡單平均法計算季節指數，並預測 98 年之裝貨量（設以最小平方法求算）。

	裝貨量			
	春	夏	秋	冬
94	9	6	10	8
95	10	8	12	13
96	12	10	14	13
97	13	12	15	13



解：(a) 季節指數：

	裝貨量			
	春	夏	秋	冬
94	9	6	10	8
95	10	8	12	13
96	12	10	14	13
97	13	12	15	13
同季總數	44 ①	36	51	47
同時平均	11 ②	9	12.75	11.75
季節指數	98.88 ③	80.90	114.61	105.62

① $= 9 + 10 + 12 + 13 = 44$

② $44 / 4(\text{年}) = 11 (n = 4 \text{年})$

③ 先求總平均數 $= \frac{11 + 9 + 12.75 + 11.75}{4(\text{季})} = 11.125$



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{春} : \frac{11}{11.125} \times 100 = 98.88 \\ \text{夏} : \frac{9}{11.125} \times 100 = 80.90 \\ \text{秋} : \frac{12.75}{11.125} \times 100 = 114.61 \\ \text{冬} : \frac{11.75}{11.125} \times 100 = 105.62 \end{array} \right.$$

(b) 預測 98 年之裝貨量：

① 先以最小平方法求算 98 年之裝貨量預測值

年 度	94	95	96	97
t	-3	-1	1	3
銷售額	33	43	49	53



94 年之裝貨量 = 9 + 6 + 10 + 8 = 33 ，其他類推。

$$\begin{cases} b = \frac{\sum tY}{\sum t^2} = \frac{66}{22} = 3.3 \\ a = \bar{Y} = \frac{178}{4} = 44.5 \end{cases}$$

98 年之預測裝貨量 $Y_e = 44.5 + (3.3)(5) = 61$

而各季之平均量為 $\frac{61}{4} = 15.25$

$$98 \text{ 年 } \begin{cases} \text{第 1 季預測值} = 15.25 \times 98.88\% = 15.08 \\ \text{第 2 季預測值} = 15.25 \times 80.90\% = 12.34 \\ \text{第 3 季預測值} = 15.25 \times 114.61\% = 17.48 \\ \text{第 4 季預測值} = 15.25 \times 105.62\% = 16.11 \end{cases}$$



例題 14-10

泰山公司 94~98 年甲商品之月銷售額如下，試以簡單平均法計算季節指數。

年別	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
94	2	4	8	10	8	6	1	4	7	10	10	14
95	5	6	7	10	9	6	2	5	8	10	11	15
96	4	7	8	11	9	8	21	4	7	10	11	17
97	6	5	7	10	9	7	1	4	9	11	11	17
98	10	12	15	20	18	14	3	7	11	17	22	28



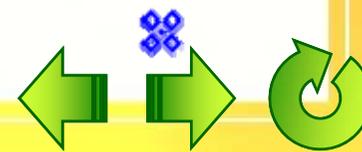
解：

年別	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月	合計
94	2	4	8	10	8	6	1	4	7	10	10	14	84
95	5	6	7	10	9	6	2	5	8	10	11	15	94
96	4	7	8	11	9	8	21	4	7	10	11	17	117
97	6	5	7	10	9	7	1	4	9	11	11	17	97
98	10	12	15	20	18	14	3	7	11	17	22	28	177
合計	27 ①	34	45	61	53	41	28	24	42	58	65	91	569
平均	5.4 ②	6.8	9.0	12.2	10.6	8.2	5.6	4.8	8.4	11.6	13.0	18.2	9.48
季節 指數	56.96 ③	71.73	94.94	128.69	111.81	86.50	59.07	50.63	88.61	122.36	137.13	191.98	1200

$$\textcircled{1} = 2 + 5 + 4 + 6 + 10 = 27$$

$$\textcircled{2} \quad 27 / 5 = 5.4$$

$$\frac{5.4}{9.48} \times 100 = 56.96, \text{ 其他類推。}$$



例題

14-

17

下表是甲產品五年來之躉售物價，試以十二個月之移動平均法，求算季節指數。

年份 月份	94	95	96	97	98
一月	25	30	28	32	34
二月	26	32	30	35	30
三月	24	28	25	36	32
四月	23	26	24	32	36
五月	26	30	28	35	38
六月	27	32	30	36	40
七月	29	35	32	38	42
八月	30	38	35	40	45
九月	32	40	36	42	48
十月	30	35	32	40	45
十一月	28	32	30	35	43
十二月	26	30	28	30	40



解：(a) 先求 12 個月之移動平均：

年份 月份	94	95	96	97	98
一月	—	29.67	31.125	33.5	36.415
二月	—	30.25	30.875	33.96	36.79
三月	—	30.915	30.585	34.42	37.25
四月	—	31.46	30.295	35.0	37.71
五月	—	31.835	30.085	35.54	38.25
六月	—	32.165	29.915	35.835	39.0
七月	27.375 ①	32.25	30.0	36.025	—
八月	27.83	32.085	30.375	35.875	—
九月	28.25	31.875	31.04	35.5	—
十月	28.545	31.665	31.835	35.5	—
十一月	28.835	31.5	32.46	35.795	—
十二月	29.21	31.335	33.0	36.085	—

$$\textcircled{1} \frac{25+26+\cdots+26}{12} = \frac{326}{12} = 27.167$$

$$\frac{26+24+\cdots+30}{12} = \frac{331}{12} = 27.583$$

再求相鄰二年之移動平均 $(27.167 + 27.583) / 2 = 27.375$

其餘類推。



(b) 各月原數值與相當月份移動平均的百分比。並求同月份百分數的算術平均數或中位數，並求其總平均數。

年份 月份	94	95	96	97	98	各月百分比之 算術平均數	各月百分比 之中位數
一月	—	101	90	96	93	95 ②	94.5 ③
二月	—	106	97	103	82	97	100
三月	—	91	82	105	86	91	88.5
四月	—	83	79	91	95	87	87
五月	—	94	93	98	99	96	96
六月	—	99	100	100	103	100.5	100
七月	106 ①	109	107	105	—	106.8	106.5
八月	108	118	115	111	—	113	113
九月	113	125	116	118	—	118	117
十月	105	111	101	113	—	108	108
十一月	97	102	92	98	—	97.3	97.5
十二月	89	96	85	83	—	88.3	87
總平均						99.83 ④	99.58 ⑤



$$\textcircled{1} = \frac{29(94 \text{ 年 } 7 \text{ 月之物價})}{27.375(94 \text{ 年 } 7 \text{ 月之移動平均})} \times 100 \doteq 106$$

$$\textcircled{2} (101 + 90 + 96 + 93) / 4 = 95$$

③ 先由小到排序一月之四數為 90, 93, 96, 101，其中位數之項數為 $\frac{N}{2} + \frac{1}{2}$ 項 = 2.5 項，中位數為 $M_e = 93 + (0.5)(96 - 93) = 94.5$

$$\textcircled{4} (95 + 97 + \dots + 88.3) / 12 = 99.84$$

$$\textcircled{5} (94.5 + 100 + \dots + 87) / 12 = 99.58，其餘類推。$$



(c) 以移動平均求算季節指數：

月別	各月百分比之 算術平均數	季節指數 (算術平均數)	各月百分比之 中位數	季節指數 (中位數)
一月	95	95.2 ①	94.5	94.9 ②
二月	97	97.5	100	100.4
三月	91	91.2	88.5	88.8
四月	87	87.1	87	87.4
五月	96	96.2	96	96.4
六月	100.5	100.7	100	100.4
七月	106.8	107	106.5	106.9
八月	113	113.2	113	113.5
九月	118	118.2	117	117.5
十月	108	108.2	108	108.5
十一月	97.3	97.5	97.5	97.9
十二月	88.3	88.5	87	87.4
總平均	99.83		99.58	

① = $(95 / 99.83) \times 100 \doteq 95.2$

② = $(94.5 / 99.58) \times 100 \doteq 94.9$ ，其餘類推。



14-4 循環變動

● 循環變動的意義及測定方法：

係指某現象一年以上較長的時間為週期之循環性變動。

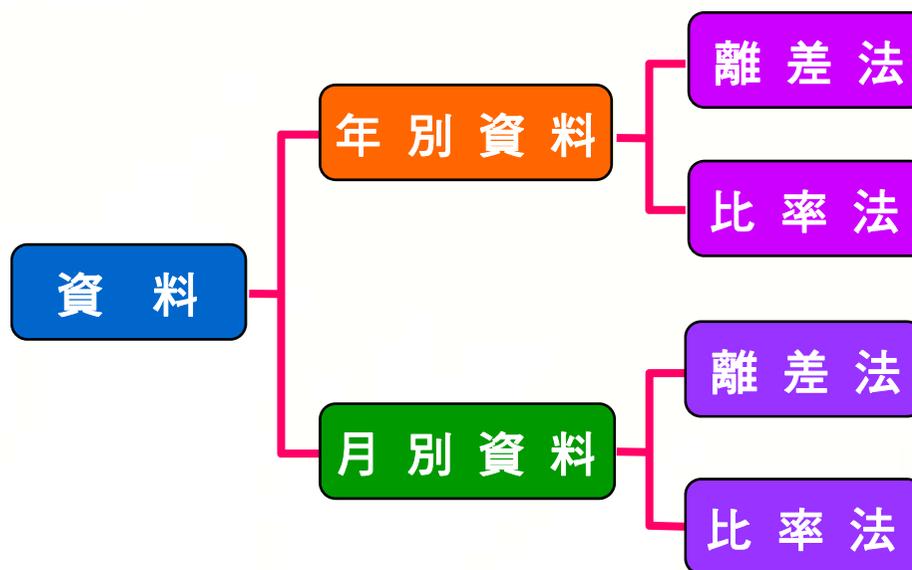
✚ 測定循環變動之原則

1. 時間數列為按年編製者，只須將時間數列消除長期趨勢即可。
2. 時間數列為按月編製者，須同時消除長期趨勢及季節變動。



14-4 循環變動

● 循環變動的測定方法：



例題 14-
12

久津公司近年來之營業額如下：(單位：百萬元)

年 度	91	92	93	94	95	96
營業額	101	110	121	125	143	158

試以離差法及比率法分別求算該資料的循環變動。



解：

年 度	營業額 (Y)	t	$Y_e = T$	$Y - T = C + I$ (離差法)	$\frac{Y}{T} \times 100 = CT$ (比率法)
91	101	-5	98.63 ①	2.37 ②	102.40 ③
92	110	-3	109.71	0.29	100.26
93	121	-1	120.79	0.21	100.17
94	125	1	131.87	-6.87	194.79
95	143	3	142.95	0.05	100.03
96	158	5	154.03	3.97	102.58



(a) 先求長期趨勢線 $Y_e (= T)$ ，設以最小平方法求算。

$$\begin{cases} b = \frac{\Sigma tY}{\Sigma t^2} = \frac{388}{70} = 5.54 \\ a = \bar{Y} = \frac{758}{6} = 126.33 \end{cases}$$

$$Y_e = a + bt = 126.33 + 5.54t$$

$$Y_e(91 \text{年}) = 126.33 + (5.54)(-5) = 98.63, \text{ 其餘類推}$$

(b) $Y - T = 101 - 98.63 = 2.37 = C + I$ ，其餘類推。由離差法所計算出的循環變動值為絕對數值，只表示各年觀察值 (Y) 大於或小於趨勢值 ($Y_e = T$)，不易看出循環變動的內容。

(c) $\frac{Y}{T} \times 100 = \frac{101}{98.63} \times 100 = 102.40$ ，其餘類推。由比率法所計算出的循環變動值為相對數值，可看出各年觀察值 (Y) 高或低於趨勢值 ($Y_e = T$)，容易看出循環變動的內容。 ❖



例題14-
13

試就下表之簡化資料，以離差法及比率法求算循環變動。

年 別	月 別	銷售額	長期趨勢	季節指數
96	⋮	⋮	⋮	⋮
	七月	122	106.71	113.02
	八月	125	107.42	118.98
	九月	138	108.17	126.61
	⋮	⋮	⋮	⋮



解：

年 別	月 別	銷售額	長期趨勢	季節指數	$Y - (TS)$ (離差法)	$\frac{Y}{T} \times 100$ (比率法)
96	∴	∴	∴	∴∴	∴	∴
	七月	122	106.71	113.02	1.4 ①	101.16 ②
	八月	125	107.42	118.98	-2.81	97.80
	九月	138	108.17	126.61	1.05	100.76
	∴	∴	∴	∴	∴	∴

(a) $Y - (TS) = 122 - (106.7 \times 113.02\%) = 1.4$

(b) $\frac{Y}{TS} \times 100 = \frac{122}{106.7 \times 113.02\%} = 101.16$



14-5 不規則變動

不規則變動係指由於天災、人禍等
無法預測的原因
所造成統計資料的變動。

