

第八章 機率性及不確定性 存量管制模式

1. 解釋名詞

(1) 單期訂購模式 (Single-Period Order Model)

單期訂購模式乃為僅允許於單一期間儲存、銷售的物品之存量決策模式，一般機率性存量決策模式即屬於單期訂購模式，如水果、麵包、鮮花、或是雜誌報紙等，因具季節時效及品質易腐性之緣故，若本期未能售出，則未來將無法再行銷售，或因其價值減低而降價銷售。

(2) 報童模式 (News Boy Model)

因單期訂購模式有如報童每天早上常會面臨當日訂購報數之抉擇問題，故在作業研究 (Operation Research) 學科領域內，又被稱為報童模式。

(3) 報酬值矩陣 (Payoff Matrix)

報酬值矩陣乃是用以顯示與決策相關的所有各項已知條件之一種表格。一般說來，在利用期望利潤法及期望損失法進行決策分析時，必須先行建立報酬值矩陣，期以顯示可行的每天訂購量、每天銷售量狀態、條件利潤及期望利潤等四種決策資訊。

(4) 條件利潤 (Conditional Profit)

條件利潤乃為在特定供給與需求條件下所可賺取到之利潤。一般在利用期望利潤法及期望損失法進行決策分析時，必須藉由機率分配表來建立條件利潤矩陣，並進而計算各可行方案之期望利潤，最後再比較期望利潤大小即可選取最佳投資方案。

(5) 樂觀準則 (Optimistic Criterion)

樂觀準則亦稱為大中取大準則 (Maximax Criterion) 乃是先從報

酬值矩陣中選取每個可行的訂購量方案之最大報酬值（利潤），然後再從中選取最大的報酬值，具有此最大的報酬值之訂購量方案即為最佳的批次訂購量。因此種決策準則因是先取各方案之最大報酬值，表示決策者對於未來的整體經濟發展及產業前景持相當樂觀的態度，甘願冒較大的決策風險，故被稱為樂觀準則。

（6）邊際利潤（Marginal Profit）

邊際利潤（MP）乃為增加一單位的進貨，在其能順利售出之情況下，所可賺取之利潤。舉例來說，一貨品之進貨成本為 10 元，售價為 15 元，若未售出殘值為 3 元，則其邊際利潤應為 5 元（售價與進貨成本之差額）。邊際利潤與邊際損失（Marginal Loss，ML）乃是利用邊際分析法進行決策分析時之二種重要資訊。

（7）邊際損失（Marginal Loss）

邊際損失（ML）乃為增加一單位的進貨，在其未能順利售出情況下，所會蒙受之損失。舉例來說，一貨品之進貨成本為 10 元，售價為 15 元，若未售出殘值為 3 元，則其邊際損失應為 7 元（進貨成本與殘值之差額）。

（8）敏感性分析（Sensitivity Analysis）

敏感性分析乃為於事前測試各項決策參數之變化對原先最佳方案及目標值之影響。在實務上，與存量決策相關的決策參數，含需求率、前置時間、訂購價格、生產率、以及訂購、儲存及短缺等存貨成本。因之，存量決策之敏感性分析即指於事前測試這些決策參數的變化，對於最佳批次訂購量及總存貨成本所造成之影響。

2.何謂期望利潤法？何謂期望損失法？兩者在使用上有何限制？試說明之。

答：期望利潤法（Expected Profit Method）乃是一種利用統計期望值概念的存量決策方法，其主要是藉由計算及比較每種可行的訂購量（存量）方案在各項供需條件下之期望利潤，並從中選取具有最大期望利潤之最佳的批次訂購量（存量）。

期望損失法（Expected Loss Method）乃是計算及比較各個可行訂購量（存量）方案之期望損失金額，並從中選取具有最小期望損失

金額之最佳的批次訂購量（存量）。

期望利潤法與期望損失法之缺失為計算較為繁瑣，舉例來說，假若吾人面對一含 10 種可行訂購量方案之決策，若是以期望利潤或期望損失法進行決策分析，則報酬值矩陣將是一 10 階方陣，便顯得相當的複雜、費時，非常不具效率。

3. 何謂邊際分析法？其在使用上有何優點？試說明之。

答：邊際分析法（Marginal Analysis Method）乃是不考量先前的訂購量（存量），僅分析增加 1 單位進貨所帶來的利潤（能順利售出），及其所蒙受的損失（若未能順利售出），並據以決定最佳批次訂購量（存量）。

一般而言，邊際分析法的概念相當重要，比如個體經濟學的最佳生產量決策、線型規劃（Linear Programming）之最佳解檢定、工程經濟之成本利益比率法、以及許多管理決策上均被使用。比較之下，就三種機率性存量管制模式而言，以邊際分析法的使用最為普遍，也是一種最具效率之存量決策方法。

4. 試說明以邊際分析法進行訂購決策所面臨之三種情況？並建立在最佳解情況下，增加一單位進貨，其可順利售出的最低機率 P 值之公式。

答：邊際分析法進行訂購決策面臨下列三種情況：

（1） $P \cdot MP$ （邊際期望利潤） $>$ $(1 - P) \cdot ML$ （邊際期望損失）

表值得增加該 1 單位進貨，但未達最佳解狀態，仍值得繼續進貨以賺取更多利潤。此種狀態即為供不應求之意。

（2） $P \cdot MP$ （邊際期望利潤） $<$ $(1 - P) \cdot ML$ （邊際期望損失）

表不值得增加該 1 單位進貨，甚至須減少進貨以降低損失。此種狀態即為供過於求之意，不是最佳解狀態。

（3） $P \cdot MP$ （邊際期望利潤） $=$ $(1 - P) \cdot ML$ （邊際期望損失）

表示值得增加該 1 單位的進貨，而且供需已獲均衡，此一狀態將可賺取最大的利潤。故到此 1 新增單位為止，包含先前累積訂購數量即為最佳的批次訂購量。

由三種情況的分析可知，第三種情況為已達最佳解之情況，意即新增 1 單位的進貨，若邊際期望利潤與邊際期望損失相等時，即可獲

致最大的利潤。因之，依據第三種情況之關係式，進而建立最佳解情況下之 P 值公式如下：

$$\begin{aligned} P \cdot MP &= (1 - P) \cdot ML \\ &= ML - P \cdot ML \\ \therefore P \cdot (MP + ML) &= ML \quad \text{————— (a)} \end{aligned}$$

解 (a) 式可得：

$$P = \frac{ML}{MP + ML}$$

上式中，P 值表在最佳解情況下，可以順利售出含新增 1 單位進貨及其先前已訂購之累積訂購數量（存量）之最低機率值，故到此累積訂購數量（存量）即為最佳的批次訂購量。

5. 在不確定性決策環境下，存量決策模式共含有那些類別？試說明之。

答：不確定性環境之存量決策模式，包含小中取大、大中取大、Laplace、Hurwicz 及大中取小遺憾值等五種決策準則，茲說明如下：

(1) 小中取大決策準則

小中取大準則 (Maximin Criterion) 乃是先從報酬值矩陣中選取每個可行的訂購量方案之最小報酬值（利潤），然後再從中選取最大的報酬值，具有此最大的報酬值之訂購量方案即為最佳的批次訂購量。

(2) 大中取大決策準則

大中取大準則 (Maximax Criterion) 乃是先從報酬值矩陣中選取每個可行的訂購量方案之最大報酬值（利潤），然後再從中選取最大的報酬值，具有此最大的報酬值之訂購量方案即為最佳的批次訂購量。

(3) Laplace 決策準則

Laplace 決策準則係假定每種銷售量狀態之發生機率皆相等，因之，藉由計算及比較每種可行的訂購量方案之平均報酬值 (Average Payoff)，其中具有最大平均報酬值者，即為最佳的批

次訂購量。

(4) Hurwicz 決策準則

Hurwicz 決策準則係由決策者權衡未來將會產生最樂觀情況之程度，先設定一個樂觀權數 α ($0 \leq \alpha \leq 1$)，並加權計算每種可行的訂購量方案之期望利潤，其計算式如下：

$$\text{期望利潤} = \alpha \cdot \text{最大報酬值} + (1 - \alpha) \cdot \text{最小報酬值}$$

最後，選取具有最大期望利潤之訂購量方案，此數量即為最佳的批次訂購量。事實上，若 $\alpha = 1$ 時，即為大中取大決策準則；反之，若 $\alpha = 0$ 時，即為小中取大決策準則。

(5) 大中取小遺憾值決策準則

大中取小遺憾值準則 (Minimax Regret Criterion) 乃係考量因決策錯誤所蒙受遺憾值的大小，並藉以選取最佳決策方案。

6. 為何小中取大準則又稱為保守或悲觀準則？試說明之。

答：小中取大決策準則先取最小報酬值，決策者態持保守、悲觀的態度，亦稱為保守 (Conservative Criteria) 或悲觀 (Pessimistic Criteria) 準則。一般說來，小中取大準則較適用於經濟循環及產業前景處於衰退、蕭條階段之場合。

7. 為何大中取大準則又稱樂觀準則？試說明之。

答：大中取大決策準則因是先取各方案之最大報酬值，表決策者對於未來的整體經濟發展及產業前景持相當樂觀的態度，甘願冒較大的決策風險，故亦被稱為樂觀準則 (Optimistic Criteria)。

8. 何謂遺憾值？大中取小遺憾值決策準則之概念為何？試說明之。

答：遺憾值意為決策者未能選取具最大報酬值方案，所將會蒙受的機會損失。舉例來說，若 A、B 兩項方案之報酬值各為 100 元及 150 元，正確的決策應是選取 B 方案，以賺取 150 元利潤；但是，假若因決策錯誤而選擇 A 方案，結果僅賺取 100 元利潤，少賺 50 元，50 元即稱為機會損失或遺憾值。

使用大中取小遺憾值決策準則來進行存量決策分析時，首須建立遺憾值矩陣 (Regret Matrix)，並先選取每種可行的訂購量方案之最大

遺憾值，最後再從中選取具最小遺憾值之訂購量方案，此訂購量即為最佳的批次訂購量。

9.何謂 Wanger-Whitin 演算法則？其具有那二點重要的性質？試說明之。

答：Wanger-Whitin 演算法則（Algorithm）是 1958 年由 Wanger 與 Whitin 所提出，乃屬於一種能有效處理動態性需求之存量管制模式，其主要概念是利用動態規劃（Dynamic Programming）的技術，以遞推逆回的方式，自最後一期開始，逐一來求算及解決每一階段之存量決策問題，並可獲至最低的存貨總成本。

Wanger-Whitin 演算法則因屬於動態性的存量決策技術，其演算程序較為複雜、繁瑣。因之，為求簡化此種動態需求之複雜現象，Wanger-Whitin 演算法則特別建立了下列兩點重要的性質：

- 只有當期初的存量為 0 單位時，才有可能會進行物料之訂購活動。
- 批次訂購量必須要能滿足該期或未來各期之需求。

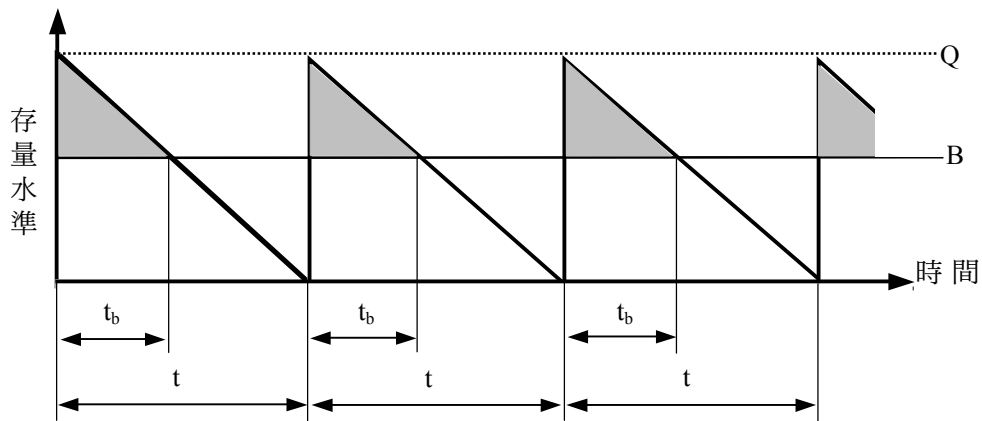
舉例來說，假如某企業一月到四月之需求量分別為 10、30、25 及 40 單位，若二月份之期初存貨為 0 單位，依上述兩個性質，二月份必須發出訂購單，其可能的批次訂購量將分別為 30、55 或 95 單位。

10.在倉庫容量限制及不允許缺貨下情況下，EOQ 模式之存貨總成本共含那四類存貨成本？試說明之。

答：在倉庫容量限制及不允許缺貨情況下，EOQ 模式每年存貨總成本共含訂購、儲存、租用及物項等四類成本。其中，訂購及物項成本與物料外購之 EOQ 模式相同；每年總儲存成本 TC_h 為自用倉庫之平均存量與單位儲存成本 C_h 之乘積；每年總租用成本 TC_b 為租用倉庫之平均存量與單位租用成本 C_b 之乘積。

11.試繪製在倉庫容量限制及不允許缺貨情況下之 EOQ 存量模式圖，並說明其概念。

答：在實務上，企業有可能會面臨到倉庫之最高容量限制，在此情況下，必須對一般 EOQ 及 EPQ 模式加以修正。下圖為在倉庫容量限制下，物料外購 EOQ 之存量模式圖：



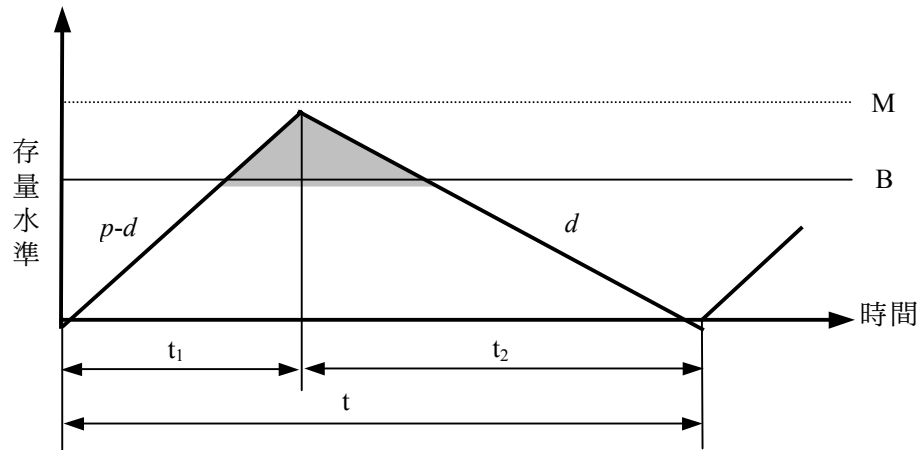
上圖中， B 表倉庫之最高容量， t_b 表在一個訂購週期內須向外租用倉庫之時間。假若存貨數量超過 B ，即須向外租用倉庫，圖中黑底三角形面積即為每個訂購週期存於外租倉庫之數量。

12. 在倉庫容量限制下，當對外租用成本相當昂貴時，為何其最佳的批次訂購量將等於原先所求 EOQ ？試說明之。

答：在倉庫容量限制下，當對外租用成本相當昂貴時，即單位租用成本 C_b 趨近於無限大，可求解其 EOQ 公式之極限，而得 $EOQ = B$ ，亦即最佳的批次訂購量乃為自用倉庫之最高容量 B ，為追求最大的經濟效益，無須至外面租用倉庫。

13. 試繪製在倉庫容量限制及不允許缺貨情況下，物料自製之 EPQ 存量模式圖，並說明其概念。

答：在倉庫容量限制及不允許缺貨情況下，物料自製 EPQ 存量模式之圖概念與物料外購情況相類似，如下圖所示。進一步，可利用此存量模式圖來建立相關的成本及 EPQ 公式，圖中黑底三角形面積表示每個生產週期內必須對外租用倉庫之存貨數量，而非黑底梯形面積則表示在自用倉庫之存貨數量。



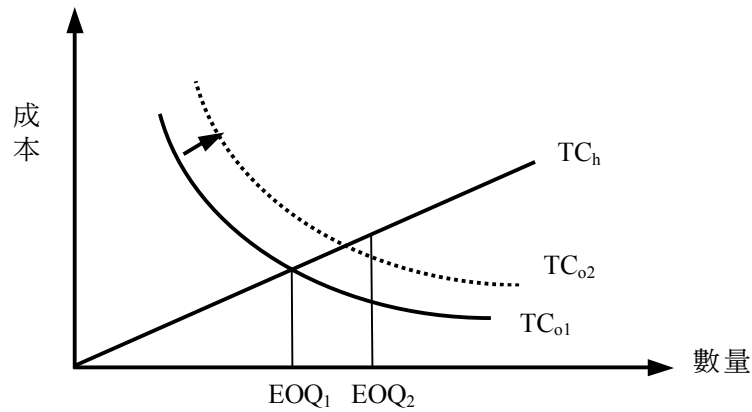
14.何謂敏感性分析？其重要性為何？試說明之。

答：敏感性分析（Sensitivity Analysis）乃為於事前測試各項決策參數之變化對原先最佳方案及目標值之影響。

自管理程序的角度來看，決策乃是事前之工作，管理者於事前進行決策分析時所估算之各項參數值，在事後執行時之實際狀況有可能會發生變化，因而會影響到原先之最佳方案及目標值，甚而因參數變化較大而產生了另項方案已取代原先的最佳方案之現象。因此，管理者進行決策分析之最後階段均應進行敏感性分析，期以力求未雨綢繆、並使決策更加周延。

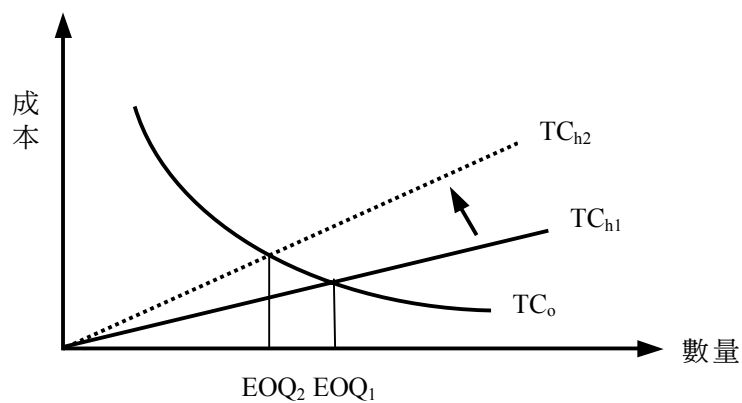
15.試繪製存貨成本圖說明批次訂購成本 C_o 變化對最佳批次訂購量 EOQ 造成之影響。

答：當批次訂購成本 C_o 增加時，總訂購成本 TC_o 亦將會隨著提高，促使 TC_o 線往上移動，如下圖所示。由圖上可以看出，在總儲存成本 TC_h 維持不變之情況下，假若批次訂購成本 C_o 增加，將促使最佳的批次訂購量往右移動，同時新的最佳批次訂購量 EOQ_2 將較原先的 EOQ_1 提高。



16. 試繪製存貨成本圖說明單位儲存成本 C_h 變化對最佳批次訂購量 EOQ 造成之影響。

答：當單位儲存成本 C_h 增加時，總儲存成本 TC_h 亦將會隨著提高，並促使 TC_h 線往上移動。由下圖可知，在總訂購成本 TC_o 維持不變之情況下，若單位儲存成本 C_h 增加，將使最佳批次訂購量往左移動，新的最佳批次訂購量 EOQ_2 較原先的 EOQ_1 減少。



17. 當年需求量 D 變化時，會對最佳批次訂購量 EOQ 產生何種影響？試說明之。

答：現直接舉例說明年需求量 D 變化時，會對最佳批次訂購量 EOQ 產生之影響。設順大腳踏車之 $C_o = 1,000$ 元， $C_h = 10$ 元 / 條 · 年。假若面對不允許缺貨情況，則在不同的年需求量 D 之下， EOQ 值如下表所示：

年需求量 D	EOQ
10,000 條	1,414 條
20,000	2,000
40,000	2,828
80,000	4,000
160,000	5,657
320,000	8,000

由上表可知，當年需求量 D 以倍數增加時，其對應之 EOQ 則以 $\sqrt{2}$ ($= 1.4142$) 之速率增加。相較之下，當年需求量由 10,000 條增至 320,000 條，共增加 32 倍時，對應之 EOQ 由 1,414 條增加至 8,000 條，僅增加 5.66 倍而已，故 EOQ 之增加速率較年需求量 D 緩慢許多。

18. 試建立當 C_o 、 C_h 同時產生變化時，所影響到批次訂購量 EOQ 之誤差比率之關係式。

答：若設 k_o 、 k_h 為 C_o 、 C_h 之估計誤差比率，故吾人實際計算所用之參數為 $k_o C_o$ 、 $k_h C_h$ ，現將其 EOQ_e 之關係式列出如下：

$$EOQ_e = \sqrt{\frac{2Dk_o C_o}{k_h C_h}} = \sqrt{\frac{2DC_o}{C_h}} \sqrt{\frac{k_o}{k_h}}$$

設若正確的批次訂購成本為 C_o ，單位儲存成本為 C_h ，則 EOQ 及 TC 之關係式如下：

$$EOQ = \sqrt{\frac{2DC_o}{C_h}}$$

現綜合上面二式之比較，可得 C_o 、 C_h 二個參數同時變化所影響到經濟訂購量之估計誤差比率如下：

$$\frac{EOQ_e - EOQ}{EOQ} = \sqrt{\frac{k_o}{k_h}} - 1$$

19.依照統計分析，興文書局每個月天下雜誌銷售量之機率分配如下：

銷售量	機率
20	0.10
21	0.15
22	0.30
23	0.25
24	0.20

該雜誌每份之售價為 100 元，進貨成本每份為 75 元，試求下列三種情況下之最佳批次訂購量：

- (1) 未售出之雜誌可以全部退回。
- (2) 未售出之雜誌不可以退回。
- (3) 未售出之雜誌可以退回，但退費僅為進貨成本之 50%。

答：(1) 未售出之雜誌可以全部退回

由題意可知，MP = 25 元，ML = 0 元

$$P = \frac{ML}{MP + ML} = \frac{0}{25 + 0} = 0.00$$

銷售量	機率	累積訂購量	機率
20	0.10	20	1.00
21	0.15	21	0.90
22	0.30	22	0.75
23	0.25	23	0.45
24	0.20	24	0.20 ←

故最佳的批次訂購量應為 24 單位。

- (2) 未售出之雜誌不可以退回

由題意可知，MP = 25 元，ML = 75 元

$$P = \frac{ML}{MP + ML} = \frac{75}{25 + 75} = 0.75$$

銷售量	機率	累積訂購量	機率
20	0.10	20	1.00
21	0.15	21	0.90
22	0.30	22	0.75 ←
23	0.25	23	0.45
24	0.20	24	0.20

故最佳的批次訂購量應為 22 單位。

(3) 未售出之雜誌可以退回，但退費僅為進貨成本之 50%

由題意可知，MP = 25 元，ML = 37.5 元

$$P = \frac{ML}{MP + ML} = \frac{37.5}{25 + 37.5} = 0.60$$

銷售量	機率	累積訂購量	機率
20	0.10	20	1.00
21	0.15	21	0.90
22	0.30	22	0.75 ←
23	0.25	23	0.45
24	0.20	24	0.20

故最佳的批次訂購量應為 22 單位。

20. 依照統計，美村量販店某一冷凍食品的銷售量係服從常態分配，相關資訊如下表所示：

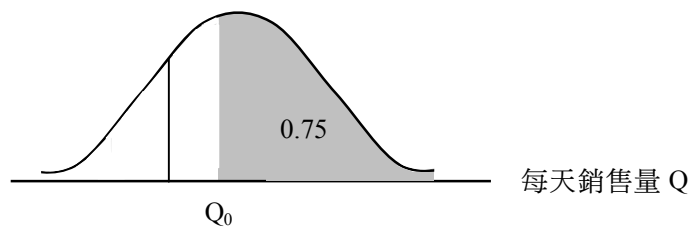
項目	數值
每天銷售量之平均值	80 公斤
每天銷售量之標準差	12 公斤
每公斤之進貨成本	100 元
每公斤之銷售價格	120 元
每公斤在當日未售出之殘值	40 元

試以邊際分析法求算此冷凍食品之每天最佳進貨量。

答：題意可知，MP = 120 - 100 = 20 (元)，ML = 100 - 40 = 60 (元)

$$P = \frac{ML}{MP + ML} = \frac{60}{20 + 60} = 0.75$$

因銷售量服從常態分配而言，故 P 值應是常態曲線中位於最佳訂購量之右尾面積，如下圖所示：



查標準常態分配機率表可知標準值 z 為 -0.675 ，故每天最佳批次進貨量計算如下：

$$\begin{aligned} Q_0 &= \mu + z\sigma = 80 - 0.675(12) \\ &= 71.9 \text{ (公斤)} \end{aligned}$$

21. 中一機車每月機車銷售之報酬值矩陣如下表所示：

銷售量	機率	每月可行的進貨量			
		15	16	17	18
15	0.2	20 萬元	19 萬元	18 萬元	16 萬元
16	0.4	20	22	20	17
17	0.3	20	22	24	20
18	0.1	20	22	24	26

試以下列決策準則來決定每月之最佳進貨量：

- (1) 小中取大決策準則。
- (2) 大中取大決策準則。
- (3) Laplace 決策準則。
- (4) Hurwicz 決策準則（樂觀權數 $\alpha = 0.8$ ）。
- (5) 大中取小遺憾值決策準則。

答：(1) 小中取大決策準則

首先，選取各可行的訂購量方案之最小報酬值，結果如下：

	可行的每天訂購量			
	15	16	17	18
最小報酬值	20 萬元	19 萬元	18 萬元	16 萬元



再由上表的比較可知，小中取大報酬值為 20 萬元，故最佳的批次訂購量應為 15 單位。

(2) 大中取大決策準則

首先，選取各可行的訂購量方案之最大報酬值，結果如下：

	可行的每天訂購量			
	15	16	17	18
最小報酬值	20 萬元	22 萬元	24 萬元	26 萬元



再由上表的比較可知，大中取大報酬值為 26 萬元，故最佳的批次訂購量應為 18 單位。

(3) Laplace 決策準則

因每種可行的訂購量方案之發生機率皆為 $1/4$ ，故平均報酬值 AP 之計算如下：

$$AP_{15} = \frac{1}{4} (20 + 20 + 20 + 20) = 20.00 \text{ (萬元)}$$

$$AP_{16} = \frac{1}{4} (19 + 22 + 22 + 22) = 21.25 \text{ (萬元)}$$

$$AP_{17} = \frac{1}{4} (18 + 20 + 24 + 24) = 21.50 \text{ (萬元)}$$

$$AP_{18} = \frac{1}{4} (16 + 17 + 20 + 26) = 19.75 \text{ (萬元)}$$

因 $AP_{17} = 21.50$ 萬元具最大平均報酬值，故最佳批次訂購量為 17 單位。

(4) Hurwicz 決策準則 (樂觀權數 $\alpha = 0.8$)

樂觀權數 $\alpha = 0.8$ ，期望利潤之計算如下表所示：

訂購量	最大報酬值	最低報酬值	期 望 利 潤
15 單位	20 萬元	20 萬元	$0.8(20) + 0.2(20) = 20.0$ 萬元
16	22	19	$0.8(22) + 0.2(19) = 21.4$
17	24	18	$0.8(24) + 0.2(18) = 22.8$
18	26	16	$0.8(26) + 0.2(16) = 24.0$

由上表的計算及比較可知，最大期望利潤為 24.0 萬元，故最佳批次訂購量為 18 單位。

(5) 大中取小遺憾值決策準則

首先，建立遺憾值矩陣如下：

銷售量	每月可行的進貨量			
	15	16	17	18
15	0 萬元	1 萬元	2 萬元	4 萬元
16	2	0	2	5
17	4	2	0	4
18	6	4	2	0

其次，選取各可行的訂購量方案之最大遺憾值，結果如下：

	可行的每天訂購量			
	15	16	17	18
最大遺憾值	6 萬元	4 萬元	2 萬元	5 萬元

↑

再由上表的比較可知，大中取小遺憾值為 2 萬元，故最佳的批次訂購量應為 17 單位。

22. 大順機械公司生產 CNC 磨床，其驅動馬達係對外訂購，本年一月至四月之需求量分別為 100、120、90、150 單位，一月份之期初存貨為 0 單位。此驅動馬達購價固定為 200 元，沒有數量折扣；同時，每次之訂購成本為 800 元，儲存費率為 10%。試以 Wanger-Whitin 演算法則計算一月至四月之最佳訂購量，期以獲得最低的存貨總成本。

答：由題意可知， $C_o=800$ 元， $P=200$ 元， $C_h=20$ （元 / 個 · 月）。

首先，設定下列四個階段：一月為第一階段，二月為第二階段，三月為第三階段，四月為第四階段。

其次，設定狀態如下：若各階段開始之期初存貨為 0 單位，則設其狀態為 0，否則設定狀態為 1。

因本例題之目標為最低的存貨總成本，故遞推方程式 $f_i(0, Q_i)$ 之計算式建立如下：

$$f_i(0, Q_i) = \text{每批次訂購成本} + \text{每批次儲存成本} + \text{每批次物項成本}$$

$$\text{第 } i \text{ 階段之最佳解 } f_i^*(0) = \text{Min } f_i(0, Q_i), f_5^*(0) = 0。$$

【階段一】：假若 $S_4=1$ ，則無法決定。

$S_4=0$ ，則 $Q_4=150$ 單位，其存貨總成本為：

$$F_4(0, 150) = 800 + 0 + 200(150) + f_5^*(0) = 30,800 \text{ (元)}$$

$$\therefore f_4^*(0) = 30,800 \text{ 元}, Q_4^* = 150 \text{ 單位}$$

【階段二】：假若 $S_3=1$ ，則無法決定。

$S_3=0$ ，則 $Q_3=90$ 或 240 單位，存貨總成本為：

$$f_3(0, 90) = 800 + 0 + 200(90) + f_4^*(0) = 49,600 \text{ (元)}$$

$$\begin{aligned} f_3(0, 240) &= 800 + 20(150) + 200(240) + f_5^*(0) \\ &= 51,800 \text{ (元)} \end{aligned}$$

$$\therefore f_3^*(0) = 49,600 \text{ (元)}, Q_3^* = 90 \text{ 單位}$$

【階段三】：假若 $S_2=1$ ，則無法決定。

$S_2=0$ ，則 $Q_2=120$ 、210 或 360 單位，存貨總成本為：

$$f_2(0, 120) = 800 + 0 + 200(120) + f_3^*(0) = 74,400 \text{ (元)}$$

$$\begin{aligned} f_2(0, 210) &= 800 + 20(90) + 200(210) + f_4^*(0) \\ &= 75,400 \text{ (元)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2(0, 360) &= 800 + 20(90) + 20(150)(2) + 200(360) \\ &\quad + f_5^*(0) = 80,600 \text{ (元)} \end{aligned}$$

$$\therefore f_2^*(0) = 74,400 \text{ (元)}, Q_2^* = 120 \text{ 單位}$$

【階段四】：假若 $S_1 = 1$ ，則無法決定。

$S_1 = 0$ ，則 $Q_1 = 100、220、310$ 或 460 單位，存貨總成本為：

$$f_1(0, 100) = 800 + 0 + 200(100) + f_2^*(0) = 95,200 \text{ (元)}$$

$$\begin{aligned} f_1(0, 220) &= 800 + 20(120) + 200(220) + f_3^*(0) \\ &= 96,800 \text{ (元)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1(0, 310) &= 800 + 20(120) + 20(90)(2) + 200(310) \\ &\quad + f_4^*(0) = 99,600 \text{ (元)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1(0, 460) &= 800 + 20(120) + 20(90)(2) + 20(150)(3) \\ &\quad + 200(460) + f_5^*(0) = 107,800 \text{ (元)} \end{aligned}$$

$$\therefore f_1^*(0) = 95,200 \text{ (元)}, Q_1^* = 100 \text{ 單位}$$

故最佳批次訂購量為一月份訂購 100 單位，二月份訂購 120 單位，三月份訂購 90 單位，四月份訂購 150 單位，最低存貨總成本為 95,200 元。

23. 復興塑膠公司生產人造聖誕樹，每年需用包裝紙盒 25,000 個，每個紙盒向外訂購價格為 250 元，沒有數量折扣，每次訂購成本為 500 元，年儲存費率為 10%，單位儲存成本為每年 25 元。同時，因供應商長期供料情況非常的穩定，故不考量短缺成本。現因復興公司現有倉庫之最高容量僅為 800 個紙盒，故必須對外租用倉庫，若設單位租用成本為每年 30 元，試求最佳之批次經濟訂購量。

答：由題意可知： $D = 25,000$ 個， $P = 100$ 元， $C_o = 500$ 元， $B = 800$ 個

$$C_h = 25 \text{ (元 / 個} \cdot \text{年)}, C_b = 30 \text{ (元 / 個} \cdot \text{年)}$$

$$\begin{aligned} EOQ &= \sqrt{\frac{2C_o D + B^2(C_b - C_h)}{C_b}} \\ &= \sqrt{\frac{2(500)25,000 + 800^2(30 - 25)}{30}} \\ &= 970 \text{ (個)} \end{aligned}$$

24. 同 23 題資料，現若復興公司實際進行採購之正確資料為： $C_o = 600$ 元，

$C_h = 15$ (元 / 條 · 年)，試求批次訂購量 EOQ 之誤差比率。

答：由題意可知，每批訂購成本之誤差比率 $k_o = 500/600 = 0.83$

單位儲存成本之誤差比率 $k_h = 25/15 = 1.67$

$$\begin{aligned}\frac{EOQ_e - EOQ}{EOQ} &= \sqrt{\frac{k_o}{k_h}} - 1 = \sqrt{\frac{0.83}{1.67}} - 1 = -0.2950 \\ &= -29.50 (\%) \end{aligned}$$

即誤差比率 -20.94% ，即原有不正確的 C_o 、 C_h 參數所估計之 EOQ 值較正確 EOQ 值減低 29.50% 。